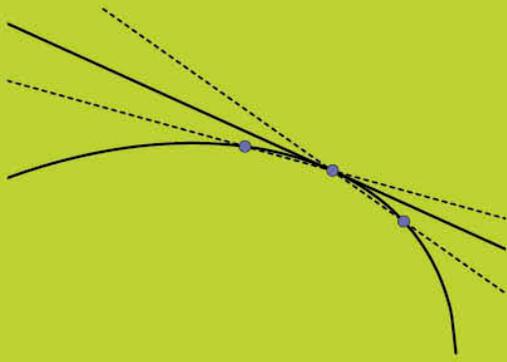


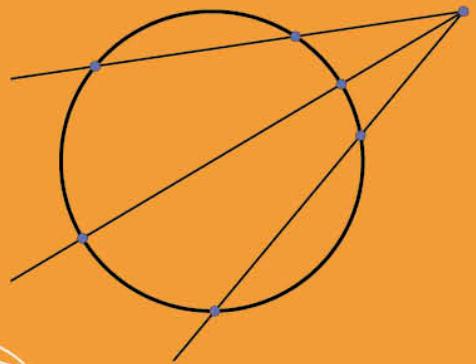
PREMIÈRE  
SPÉCIALITÉ



# LES MATHS EN PROFONDEUR

Fabien Besnard

- Cours développé
- Démonstrations
- Questions d'élèves
- Exercices corrigés



ellipses

# Table des matières

Qu'est-ce que ce livre et comment l'utiliser ?	iii
<b>1 Ensembles et applications</b>	<b>1</b>
1.1 Préliminaires : symbole de sommation . . . . .	1
1.2 Principe de récurrence . . . . .	4
1.3 Ensemble des parties . . . . .	5
1.4 Dénombrements . . . . .	6
1.5 Composition des applications . . . . .	11
1.6 Réciproque d'une bijection . . . . .	12
1.7 Relations d'équivalence sur un ensemble . . . . .	15
1.8 Corrigés des exercices de cours . . . . .	18
<b>2 Algèbre et arithmétique</b>	<b>23</b>
2.1 Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	23
2.1.1 Multiples, diviseurs, et division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	23
2.1.2 Calculs avec les classes de congruence . . . . .	24
2.1.3 Corrigés des exercices de cours . . . . .	29
2.2 Systèmes d'équations . . . . .	31
2.2.1 Généralités . . . . .	31
2.2.2 Méthodes de résolution . . . . .	34
2.2.3 Corrigés des exercices de cours . . . . .	41
2.3 Polynômes . . . . .	43
2.3.1 Définition, degré et coefficients . . . . .	43
2.3.2 Translation de la variable . . . . .	44
2.3.3 Racines d'un polynôme . . . . .	45
2.3.4 Polynômes du second degré . . . . .	47
2.3.5 Corrigés des exercices de cours . . . . .	51
<b>3 Géométrie</b>	<b>53</b>
3.1 Angles orientés de vecteurs . . . . .	53
3.1.1 Définition . . . . .	53
3.1.2 Propriétés . . . . .	55
3.1.3 Angles de vecteurs et transformations du plan . . . . .	56

3.1.4	Corrigés des exercices de cours . . . . .	58
3.2	Produit scalaire dans le plan . . . . .	60
3.2.1	Définition et premières propriétés . . . . .	60
3.2.2	Interprétations géométriques du produit scalaire . . . . .	61
3.2.3	Produit scalaire et équations de droites . . . . .	64
3.2.4	Projection orthogonale sur une droite . . . . .	65
3.2.5	Corrigés des exercices de cours . . . . .	69
3.3	Trigonométrie . . . . .	72
3.3.1	Généralités, rappels . . . . .	72
3.3.2	Formules d'addition . . . . .	73
3.3.3	Tangente d'un réel . . . . .	74
3.3.4	Corrigés des exercices de cours . . . . .	75
3.4	Rotations et similitudes . . . . .	77
3.4.1	Rotations . . . . .	77
3.4.2	Similitudes . . . . .	80
3.4.3	Corrigés des exercices de cours . . . . .	81
3.5	Triangles isométriques et semblables . . . . .	83
3.5.1	Caractérisation des triangles isométriques . . . . .	83
3.5.2	Caractérisation des triangles semblables . . . . .	84
3.5.3	Corrigés des exercices de cours . . . . .	85
3.6	Le cercle dans le plan repéré . . . . .	86
3.6.1	Équation d'un cercle dans un repère orthonormé . . . . .	86
3.6.2	Tangente et sécantes . . . . .	87
3.6.3	Corrigés des exercices de cours . . . . .	88
3.7	Géométrie dans l'espace . . . . .	90
3.7.1	Notions premières, positions des droites et des plans . . . . .	90
3.7.2	Vecteurs dans l'espace . . . . .	97
3.7.3	Repères et bases de l'espace . . . . .	101
3.7.4	Équations de plan . . . . .	104
3.7.5	Droite définie par un système d'équations du premier degré . . . . .	108
3.7.6	Norme et produit scalaire dans l'espace . . . . .	109
3.7.7	Produit scalaire et équations de plan . . . . .	110
3.7.8	Angle entre deux plans . . . . .	111
3.7.9	Orthogonalité et perpendicularité . . . . .	113
3.7.10	Projection orthogonale sur un plan . . . . .	115
3.7.11	Corrigés des exercices de cours . . . . .	118
<b>4</b>	<b>Analyse</b> . . . . .	<b>121</b>
4.1	Introduction, rappels . . . . .	121
4.2	Nouvelles fonctions usuelles . . . . .	122
4.2.1	Fonctions cube et racine cubique . . . . .	122
4.2.2	Fonctions $x \mapsto x^n$ et $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ . . . . .	122
4.2.3	Exposants fractionnaires . . . . .	123
4.2.4	Fonction tangente . . . . .	126
4.2.5	Corrigés des exercices de cours . . . . .	127
4.3	Suites . . . . .	128
4.3.1	Généralités . . . . .	128

4.3.2	Suite définie par son terme général . . . . .	128
4.3.3	Suites définies par une relation de récurrence . . . . .	129
4.3.4	Sens de variation d'une suite . . . . .	130
4.3.5	Limite d'une suite . . . . .	131
4.3.6	Suites arithmétiques . . . . .	143
4.3.7	Suites géométriques . . . . .	144
4.3.8	Corrigés des exercices de cours . . . . .	148
4.4	Limite d'une fonction . . . . .	151
4.4.1	Limite en l'infini . . . . .	151
4.4.2	Limite d'une fonction en un réel $x_0$ . . . . .	153
4.4.3	Théorèmes sur les limites d'une fonction . . . . .	156
4.4.4	Composition de limites . . . . .	157
4.4.5	Corrigés des exercices de cours . . . . .	158
4.5	Continuité . . . . .	160
4.5.1	Généralités . . . . .	160
4.5.2	Exemples de fonctions continues . . . . .	161
4.5.3	Prolongements par continuité . . . . .	163
4.5.4	Corrigés des exercices de cours . . . . .	165
4.6	Dérivation . . . . .	168
4.6.1	Généralités . . . . .	168
4.6.2	Exemple introductif . . . . .	168
4.6.3	Dérivation et continuité . . . . .	172
4.6.4	Propriétés de la dérivation, dérivées usuelles . . . . .	172
4.6.5	Dérivées à droite et à gauche . . . . .	176
4.6.6	Dérivée et tangente . . . . .	177
4.6.7	Dérivée et sens de variation . . . . .	180
4.6.8	Autres dérivées usuelles . . . . .	183
4.6.9	Développements affines en 0 des fonctions usuelles . . . . .	186
4.6.10	Dérivation des fonctions composées . . . . .	186
4.6.11	Plan d'étude d'une fonction dérivable . . . . .	189
4.6.12	Corrigés des exercices de cours . . . . .	190
<b>5</b>	<b>Exercices supplémentaires</b>	<b>195</b>
5.1	Exercices supplémentaires sur le chapitre 1 . . . . .	195
5.1.1	Sommation . . . . .	195
5.1.2	Récurrences . . . . .	195
5.1.3	Ensemble des parties . . . . .	196
5.1.4	Dénombrements . . . . .	197
5.1.5	Composition . . . . .	198
5.1.6	Relations d'équivalence . . . . .	199
5.2	Exercices supplémentaires sur le chapitre 2 . . . . .	200
5.2.1	Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	200
5.2.2	Systèmes . . . . .	202
5.2.3	Polynômes . . . . .	202
5.3	Exercices supplémentaires sur le chapitre 3 . . . . .	205
5.3.1	Produit scalaire . . . . .	207
5.3.2	Trigonométrie . . . . .	209

5.3.3	Rotations et similitudes . . . . .	210
5.3.4	Triangles isométriques, triangles semblables . . . . .	211
5.3.5	Cercles . . . . .	214
5.3.6	Géométrie dans l'espace . . . . .	216
5.4	Exercices supplémentaires sur le chapitre 4 . . . . .	218
5.4.1	Nouvelles fonctions usuelles . . . . .	218
5.4.2	Suites . . . . .	219
5.4.3	Limites de fonctions . . . . .	225
5.4.4	Continuité . . . . .	227
5.4.5	Dérivation . . . . .	228
<b>6</b>	<b>Correction des exercices</b>	<b>233</b>
6.1	Exercices supplémentaires sur le chapitre 1 . . . . .	233
6.1.1	Sommation . . . . .	233
6.1.2	Réurrences . . . . .	233
6.1.3	Ensemble des parties . . . . .	237
6.1.4	Dénombrements . . . . .	238
6.1.5	Composition . . . . .	240
6.1.6	Relations d'équivalence . . . . .	243
6.2	Exercices supplémentaires sur le chapitre 2 . . . . .	244
6.2.1	Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	244
6.2.2	Systèmes . . . . .	246
6.2.3	Polynômes . . . . .	247
6.3	Exercices supplémentaires sur le chapitre 3 . . . . .	252
6.3.1	Angles orientés de vecteurs . . . . .	252
6.3.2	Produit scalaire . . . . .	254
6.3.3	Trigonométrie . . . . .	257
6.3.4	Rotations et similitudes . . . . .	261
6.3.5	Triangles isométriques, triangles semblables . . . . .	264
6.3.6	Cercles . . . . .	266
6.3.7	Géométrie dans l'espace . . . . .	269
6.4	Exercices supplémentaires sur le chapitre 4 . . . . .	272
6.4.1	Nouvelles fonctions usuelles . . . . .	272
6.4.2	Suites . . . . .	275
6.4.3	Limite de fonctions . . . . .	284
6.4.4	Continuité . . . . .	288
6.4.5	Dérivation . . . . .	290
<b>A</b>	<b>La limite pointée</b>	<b>299</b>
A.1	La définition historique . . . . .	299
A.2	La limite pointée . . . . .	299
A.3	Différences entre les deux définitions . . . . .	300
A.4	Commentaires . . . . .	301
<b>B</b>	<b>Le calcul infinitésimal selon les physiciens</b>	<b>303</b>
<b>C</b>	<b>Index des notations</b>	<b>307</b>